

Marek Madzia¹, Ewa Suchanek¹, Beniamin Więzik²

OCENA ZMIENNOŚCI ODPIŁYU W MAŁYCH ZLEWNIACH GÓRSKICH

Streszczenie. W artykule przedstawiono strukturę matematycznego modelu odpływu ze zlewni o parametrach skupionych, który zastosowano do obliczenia hydrogramu odpływu z małych zlewni w dorzeczu Krzyżówki. Dla każdej zlewni cząstkowej na etapie identyfikacji modelu określono opad efektywny uzależniony od rodzaju gleb i zagospodarowania przestrzennego oraz adekwatny do rzeczywistości liniowy model odpływu powierzchniowego. Parametry modelu estymowano w oparciu o parametry fizjograficzne i geomorfologiczne zlewni cząstkowych. Model matematyczny zastosowano do określenia wpływu różnych form użytkowania powierzchni zlewni na kulminację hydrogramu odpływu.

Słowa kluczowe: dorzecze, zlewnia, potok, wezbranie, kulminacja fali.

WSTĘP

Zlewnia jest system dynamicznym, do którego wejściem jest czasowo-przestrzenne rozłożony opad, a wyjściem hydrogram odpływu w przekroju zamykającym.

W zlewniach potoków górskich wysokość i czas wystąpienia kulminacji fali wezbraniowej jest zależny również od parametrów geomorfologicznych zlewni jak: powierzchnia, gęstości sieci rzecznej oraz użytkowanie powierzchni. Stronne zbocza dolin, duże spadki koryta, dobrze wykształcona sieć potoków, zwiększają koncentrację odpływu. Znaczna jego część w tych warunkach pochodzi ze spływu powierzchniowego (epizodycznego).

Zastosowanie w tych warunkach zasady izomorfizmu jest warunkiem koniecznym do określenia struktury modelu matematycznego transformacji opadu w odpływ. Identyfikacja modelu bazuje na obserwacjach stanów i przepływów wody w zlewniach cząstkowych potoku Krzyżówka. W tym celu zainstalowano urządzenia do pomiaru stanów wody w przekrojach ujściowych 7 zlewni cząstkowych.

Do symulacji odpływu ze zlewni zastosowano liniowy model Nasha, w którym uproszczenia w zakresie opisu rzeczywistego procesu formowania się odpływu polegają głównie na uśrednieniu zmiennych przestrzennych i przedstawieniu ich w

¹ Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej, Zakład Zrównoważonego Rozwoju Obszarów Górskich, ul. Willowa 2, 43-309 Bielsko-Biała, e-mail: mmadzia@ath.bielsko.pl, e-mail: esuchanek@ath.bielsko.pl

² Wyższa Szkoła Administracji w Bielsku-Białej, ul. A. Frycza Modrzewskiego 12, 43-300 Bielsko-Biała, e-mail: bwiezik@interia.pl

postaci szeregów czasowych. Modele te dają prawidłowe wyniki obliczeń w małych zlewniach górskich.

Wykorzystując model matematyczny dokonano symulacji odpływu ze zlewni cząstkowych w zróżnicowanych warunkach użytkowania powierzchni zlewni w zlewniach cząstkowych potoku Krzyżówka.

OBSZAR BADAŃ

Do badań symulacyjnych wybrano zlewnię potoku Krzyżówka, prawobrzeżnego dopływu Glinnego w dorzeczu Koszarawy. Granica zlewni przechodzi przez najwyższe szczyty górskie w tym rejonie: Wojtycków Groń (715,0 m n.p.m.), Szczelus (824,0 m n.p.m.) i Jaworzynę (1007,0 m n.p.m.). Zlewnia jest w średnim stopniu zalesiona, charakteryzuje się dużą zmiennością przepływów, w okresie wysokich opadów, pojawiają się gwałtowne wezbrania, a w czasie suszy przepływy obniżają się łagodnie. W środkowej części zlewni nie ma większych kompleksów leśnych i terenów o szczególnych walorach przyrodniczych, występują głównie łąki i pastwiska.



Rys. 1. Zlewnia badawcza potoku Krzyżówka

Fig. 1. Research catchment stream Krzyżówka

W dolinie cieku głównego przeważa zabudowa rozproszona wsi Krzyżówka, która rozciąga się wzdłuż lokalnych dróg. Przyrost powierzchni zlewni jest równomierny, przeważają dopływy lewobrzeżne. Przekrój badawczy w km 0+940 zamyka zlewnię o powierzchni $6,51 \text{ km}^2$. Do oceny dynamiki odpływu, zlewnię potoku podzielono na 7 zlewni cząstkowych potoków: górnej Krzyżówki, Gajki, Gacków, Gawlasów, Fibruli, Dendyski i Pastorów, w których prowadzono systematyczne pomiary stanów wody oraz natężenia przepływu przy zmiennym napełnieniu koryta (rys. 1). Wyniki pomiarów wykorzystano do weryfikacji modelu matematycznego transformacji opadu efektywnego w odpływ powierzchniowy.

METODYKA BADAŃ

W małych zlewniach czynnikiem determinującym wezbrania i powodzie są przeważnie opady krótkotrwałe o dużym natężeniu. Do obliczenia hydrogramu odpływu przy krótkich czasach koncentracji opadu można z dostateczną dokładnością wykorzystać liniowe matematyczne modele transformacji opadu efektywnego w odpływ powierzchniowy.

Zastosowanie modelu matematycznego do symulacji odpływu obejmuje:

- obliczenie opadu średniego i efektywnego w zlewni,
- określenie struktury matematycznego modelu odpływu ze zlewni,
- estymację parametrów modelu,
- obliczenie hydrogramu odpływu powierzchniowego.

Na wartość kulminacji odpływu oprócz charakterystyk czasowo-przestrzennych deszczu i powierzchni zlewni mają wpływ również: rozdział opadu na część tworzącą odpływ bezpośredni (opad efektywny) i pozostałą część (straty), współczynnik odpływu, oraz kształt hydrogramu jednostkowego. Do określenia reakcji zlewni przyjęto opad dobowy o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 50\%$.

Z uwagi na krótki czas koncentracji odpływu, współczynnik rozdziału dobowej sumy opadu na przedziały obliczeniowe, w każdej zlewni cząstkowej dorzecza Krzyżówki, obliczono rozkładem beta, przy czasie dyskretyzacji $\Delta t = 0,25 \text{ h}$.

Do obliczenia średniego opadu efektywnego w każdej zlewni badawczej zastosowano metodę SCS (*Soil Conservation Service*) [SCS 1986]. Opadem efektywnym jest część średniego opadu całkowitego, która poprzez spływ powierzchniowy i podpowierzchniowy kształtuje hydrogram odpływu bezpośredniego.

Opad efektywny w metodzie SCS uzależniony jest od grupy gleb, sposobu użytkowania terenu zlewni oraz od uwilgotnienia zlewni przed wystąpieniem opadu. Wszystkie te czynniki ujmuje bezwymiarowy parametr CN , przyjmujący wartości z przedziału $(0, 100]$.

Do transformacji opadu efektywnego w odpływ powierzchniowy w zlewniach cząstkowych potoku Krzyżówka, zastosowano koncepcyjny model kaskady zbiorników liniowych Nasha [Nash 1957]. Model bazuje na chwilowym hydrogramie

jednostkowym, który jest reakcją zlewni na jednostkowy opad efektywny. Chwilowy hydrogram jednostkowy IUH (*Instantaneous Unit Hydrograph*), jest opisany dwuparametrową funkcją gamma w postaci:

$$u(t) = \frac{1}{k \cdot \Gamma(n)} \left(\frac{t}{k} \right)^{n-1} \exp \left(-\frac{t}{k} \right) \quad (1)$$

gdzie: $u(t)$ – rzędne chwilowego hydrogramu jednostkowego w h^{-1} ,

t – czas od początku hydrogramu w h,

k – parametr retencji zbiornika w h,

n – liczba zbiorników,

$\Gamma(n)$ – funkcja gamma Eulera.

Ponieważ ciąg obserwacyjny stanów i przepływów był zbyt krótki, zlewnie cząstkowe traktowane były jako niekontrolowane. Parametry n i k modelu Nasha estymowane w oparciu o charakterystyki zlewni, wpływające w istotny sposób na kształtowanie się wezbrań jak: powierzchnia zlewni i długość cieków głównego oraz wskaźniki geomorfologiczne zlewni wyrażone poprzez wskaźniki praw Horton-Strahlera, do których zalicza się; prawo ilości cieków (bifurkacji), prawo długości cieków i prawo powierzchni zlewni [Więzik 1988].

$$n = 3,29 \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^{0,78} R_L^{0,07} \quad (2)$$

$$k = 0,7 \left(\frac{R_A}{R_B \cdot R_L} \right)^{0,48} \frac{L_0}{v_n} \quad (3)$$

gdzie: R_A, R_B, R_L – wskaźniki praw Horton-Strahlera,

L_0 – długość cieków głównego w km,

v_n – prędkość przepływu w $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

Prawo liczby cieków wyraża stały stosunek N_i – liczby cieków rzędu i do N_{i+1} – liczby cieków rzędu $i+1$:

$$R_b = \frac{N_i}{N_{i+1}} \cong \text{const} \quad (4)$$

Prawo długości cieków określa stały stosunek $\bar{L}_{i+1}$ – średniej długości odcinków cieków rzędu $i+1$, do $\bar{L}_i$ – średniej długości odcinków rzędu i :

$$R_L = \frac{\bar{L}_{i+1}}{\bar{L}_i} \cong \text{const} \quad (5)$$

Prawo powierzchni zlewni wyraża natomiast stały stosunek $\bar{A}_{i+1}$ – średniej powierzchni cieków rzędu $i+1$, do $\bar{A}_i$ – średniej powierzchni cieków rzędu i .

$$R_A = \frac{\bar{A}_{i+1}}{\bar{A}_i} \cong const \quad (6)$$

Zdefiniowane wskaźniki praw Hortona-Strahlera obliczono dla każdej zlewni cząstkowej dorzecza Krzyżówki, korzystając z mapy topograficznej w skali 1:10000.

Prędkość przepływu jest zależna od natężenia opadu efektywnego I_e , powierzchni zlewni A_W oraz parametrów koryta, wyrażonych w każdym przekroju zlewni cząstkowej poprzez współczynnik fali kinematycznej α_n :

$$v_n = 0.665 \cdot \alpha_n^{0.6} (0.1 \cdot I_e \cdot A_W)^{0.4} \quad (7)$$

Współczynnik fali kinematycznej obliczono ze wzoru:

$$\alpha_n = \frac{S_o^{1/2}}{n_M \cdot b^{2/3}} \quad (8)$$

gdzie: S_o – spadek koryta,

n_M – współczynnik szorstkości Manninga dla koryta najwyższego rzędu,

b – szerokość prostokątnego koryta zastępczego w m.

Rzędne hydrogramu jednostkowego h_i , w każdej zlewni cząstkowej o powierzchni A , obliczono ze wzoru:

$$h_i = \frac{A}{3,6} \cdot \bar{u}_i = \frac{A}{3,6 \Delta t} \cdot \int_{t-\Delta t}^t u(\tau) d\tau \quad \text{dla } t = \Delta t \cdot i \quad \text{gdzie } i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

gdzie: h_i – rzędne hydrogramu jednostkowego w $\text{m}^3(\text{s} \cdot \text{mm})^{-1}$,

A – powierzchnia zlewni w km^2 ,

m – liczba rzędnych hydrogramu jednostkowego,

$\bar{u}_i$ – rzędne uśrednionego hydrogramu jednostkowego obliczono ze wzoru:

$$\bar{u}_i = \frac{1}{\Delta t} \cdot \int_{t-\Delta t}^t u(\tau) d\tau \quad \text{dla } t = \Delta t \cdot i; i = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

Długość kroku czasowego Δt zależna jest dynamiki reakcji zlewni na opad. W małych zlewniach przyjmowana jest zwykle w granicach od kilku do kilkudziesięciu minut. Rzędne hydrogramu odpływu powierzchniowego jako reakcja na opad dobowy o prawdopodobieństwie $p = 50\%$ obliczono z równania:

$$Q_k = \sum_{i=1}^k h_i H_{k-i+1} \quad \text{gdzie } k = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

gdzie: Q_k – rzędne hydrogramu odpływu w $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$,

h_i – rzędne hydrogramu jednostkowego w $\text{m}^3(\text{s} \cdot \text{mm})^{-1}$,

H_i – rzędne hietogramu opadu efektywnego w mm,

k – liczba rzędnych hydrogramu odpływu.

ANALIZA I Dyskusja Wyników

Z uwagi na znaczną dynamikę odpływu ze zlewni górskich, wysokość średniego opadu dobowego o prawdopodobieństwie $p = 50\%$ rozłożono na przedziały obliczeniowe $\Delta t = 0,25$ h wykorzystując obustronnie ograniczony, asymetryczny rozkład beta [Węglarczyk 1992].

$$x_t = \frac{\Gamma(r+s)}{\Gamma(r)\Gamma(s)} t^{r-1} (1-t)^{s-1} \quad (12)$$

gdzie: x_t – wartości funkcji gęstości rozkładu,

t – czas względny w h,

r, s – parametry rozkładu.

Dla wszystkich zlewni cząstkowych dorzecza Krzyżówki przyjęto $r = 8,8$ i $s = 5,0$.

Rozkład na przedziały obliczeniowe dobowej sumy opadu średniego w każdej badanej zlewni cząstkowej pokazano na rysunku 2.

Do obliczenia wysokości opadu efektywnego w każdej zlewni określono średni współczynnik CN, zależny od użytkowania terenu i rodzaju gleb (tabela 1).

Tabela 1. Rodzaj pokrycia zlewni i średnie wartości parametru CN w zlewniach badawczych
Table 1. Type of coating basin and average values for CN in research catchments

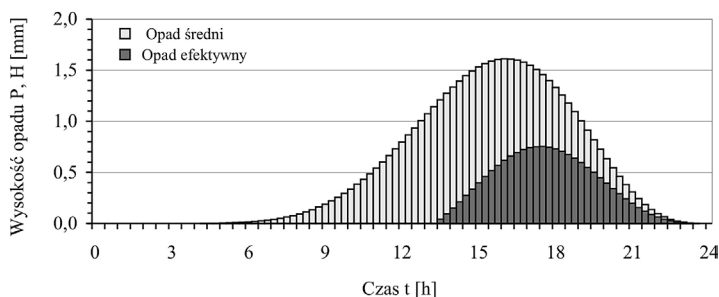
Rodzaj pokrycia i użytkowania	Powierzchnie quasi-jednorodne w zlewniach cząstkowych [km ²]						
	Krzyżówka	Dendyska	Fibrula	Gawlasów	Gacków	Gajka	Pastorów
Las	0,828	0,575	0,177	0,538	0,810	0,421	0,540
Łąki	0,133	0,138	0,063	0,225	0,322	0,263	0,333
Pola uprawne	-	0,008	-	-	-	0,062	0,014
Zabudowania	-		0,029	0,028	0,003	-	0,013
CN_{sr}	81,30	82,31	82,13	82,05	81,65	81,58	81,89

Histogram opadu średniego w zlewni i efektywnego pokazano na rysunku 2.

W oparciu o obliczone charakterystyki fizjograficzne i geomorfologiczne estymowano parametry modelu Nasha w każdej zlewni cząstkowej [Banasik, Górski, Ignar 2000]. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 2.

Rzędne chwilowego hydrogramu jednostkowego u_i obliczono korzystając z funkcji ROZKŁAD.GAMMA($t;N;k;0$) w arkuszu kalkulacyjnym Microsoft Excel.

Ponieważ całka $\int_{t-\Delta t}^t u(\tau) d\tau$ wyraża powierzchnię chwilowego hydrogramu jednostkowego (IUH) w przedziale od $t-\Delta t$ do t , można ją zapisać jako różnicę dwóch całek w granicach od 0 do t oraz od 0 do $t-\Delta t$ i obliczyć rzędne uśrednionego hydrogramu jednostkowego $\bar{u}_i$ z zależności:



Rys. 2. Wysokość opadu całkowitego i efektywnego w zlewniach częściowych dorzecza Krzyżówki

Fig. 2. The amount of total precipitation and effective in the subcatchments basin Krzyżówka

Tabela 2. Parametry fizjograficzne i geomorfologiczne badanych zlewni oraz parametry modelu Nasha

Table 2. Physiographic and geomorphological parameters studied catchments and Nash model parameters

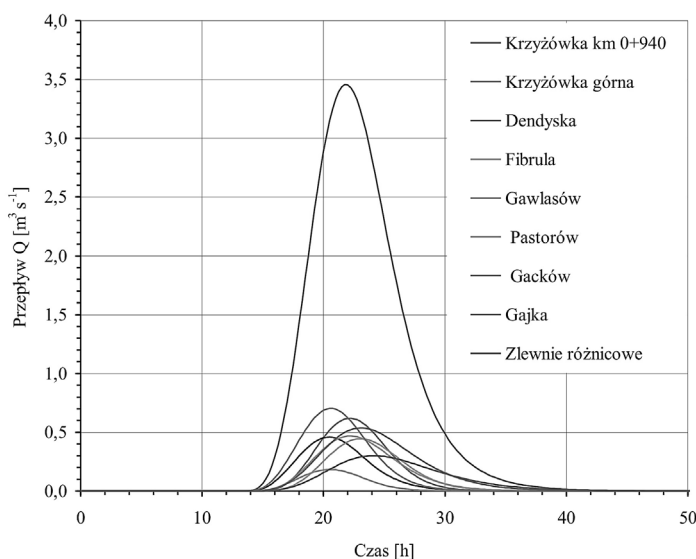
Parametry fizjograficzne i geomorfologiczne zlewni	Zlewnie częściowe						
	Krzyżówka	Dendyska	Fibruła	Gawlasów	Gacków	Gajka	Pastorów
Wskaźnik bifurkacji R_B	4,50	3,67	2,00	5,33	5,50	4,00	4,00
Wskaźnik powierzchni zlewni R_A	2,67	7,63	2,49	2,77	6,96	3,64	3,89
Wskaźnik długości cieków R_L	1,45	3,24	1,61	1,50	3,66	2,02	1,95
Spadek cieku najwyższego rzędu S_0	0,113	0,032	0,075	0,054	0,058	0,021	0,043
Długość cieku głównego L_0	1,465	1,711	0,761	1,364	1,824	1,648	1,465
Szerokość koryta zastępczego b	1,38	1,43	0,83	1,34	1,35	1,87	1,56
Współczynnik szorstkości Manninga n_M	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
Współczynnik fali kinematycznej α	5,414	2,801	6,210	3,827	3,936	1,891	3,087
Średnia prędkość przepływu v	0,896	0,538	0,576	0,657	0,770	0,491	0,602
Parametry modelu Nasha							
Liczba zbiorników n	5,07	2,02	2,87	5,64	3,00	3,72	3,52
Stała retencji k	0,745	1,246	0,817	0,874	0,995	1,603	1,220

$$\frac{1}{0,25} \cdot [\text{ROZKŁAD.GAMMA}(t;N;k;1) - \text{ROZKŁAD.GAMMA}(t-\Delta t;N;k;1)].$$

Po podstawieniu wartości do wzoru (9) obliczono rzędne hydrogramu jednostkowego h_t dla zadanego opadu. Rzędne hydrogramu odpływu ze zlewni badawczych oraz odpływ w przekroju zmykającym zlewnie Krzyżówki w przekroju zamykającym w km

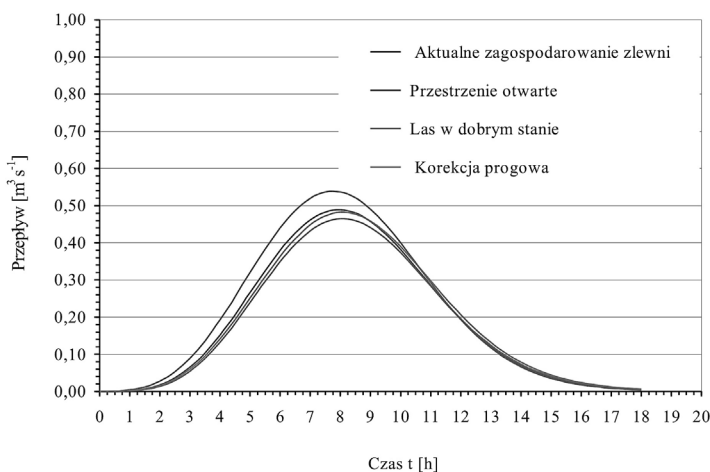
0+940, który jest superpozycją odpływów ze zlewni cząstkowych przy uwzględnieniu odpływu ze zlewni różnicowych pokazano na rysunku 3.

Opracowany model matematyczny wykorzystano do symulacji odpływu ze zlewni cząstkowych potoku Krzyżówka zamkniętej przekrojem w km 0+940 przy różnym przestrzennym zagospodarowaniu powierzchni. Badania polegały na zamianie aktualnego użytkowania powierzchni na powierzchnie leśne oraz łąki i pastwiska. Przeanalizowano



Rys. 3. Hydrogram odpływu ze zlewni cząstkowych oraz potoku Krzyżówka w km 0 +940

Fig. 3. Hydrograph outflow from the subcatchments and stream Krzyżówka in km 0 +940



Rys. 4. Wpływ zagospodarowania terenu i regulacji koryta na hydrogram odpływu

Fig. 4. The impact of land use and control channel for hydrograph outflow

również wpływ regulacji koryta potoku na przepływ kulminacyjny fali wezbraniowej wywołanej opadem dobowym pojawiającym się średnio raz na dwa lata ($p = 50\%$). Wyniki symulacji dla zlewni cząstkowej potoku Gawlasów pokazano na rysunku 4.

Gdyby na terenach obecnie użytkowanych rolniczo występował las, kulminacja fali przy przepływie $Q_{max, p=50\%}$ zmniejszyłaby się o 5% z wartości $0,49 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ na $0,47 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. W sytuacji odwrotnej przepływ maksymalny fali zwiększyłby się o 10% z $0,49 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ na $0,54 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Inny sposób użytkowania nie ma większego wpływu na przepływ kulminacyjny. Zabudowa koryta głównego kaskadą progów o wysokości $< 0,5 \text{ m}$ zmniejszających spadek podłużny o 10% nie wpłynie na redukcję fali powodziowej.

WNIOSKI

1. W zlewniach cząstkowych dorzecza Krzyżówki występują podobne warunki kształtowania się odpływu.
2. Na przepływy maksymalne istotny wpływ ma wysokość opadu, w mniejszym stopniu kulminacja zależy od gęstości sieci rzecznej i użytkowania powierzchni zlewni.
3. Opracowany matematyczny model odpływu pozwolił na przeprowadzenie badań symulacyjnych dla oceny wpływu zagospodarowania przestrzennego powierzchni zlewni i regulacji koryta na hydrogram odpływu.

PIŚMIENNICTWO

1. Banasik K., Górski D. Ignar S., 2000. Modelowanie wezbrań opadowych i jakość odpływu z małych nieobserwowanych zlewni rolniczych. Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
2. Nash J.E., 1957. The form of the instantaneous unit hydrograph. Publikacja IAHS nr 59; 202-213.
3. SCS (Soil Conservation Service), 1972. USDA-Soil Conservation Service, National Engineering Handbook, Sec. 4, Hydrology, Waszyngton, D.C.
4. Węglarczyk S., 1993. Metody statystyczne, Skrypt Politechniki Krakowskiej.
5. Więzik B., 1988. Progностyczny model odpływu ze zlewni. Monografia Politechniki Krakowskiej nr 67.

ASSESS VARIABILITY OF RUNOFF IN A SMALL MOUNTAINOUS CATCHMENTS

Abstract

This paper presents a mathematical model of the structure outflow from the basin the concentrated parameters which is used to calculate outflow hydrograph from small catchments in the basin Krzyżówka. For each catchment fractional model identification stage set precipitation effective depends on the type of soil, land and adequate to reality linear model of surface runoff. Model parameters were estimated based on physiographic and geomorphological characteristics subcatchments. A mathematical model was used to determine the effect of various use the catchment area forms the culmination of the outflow hydrograph.

Key words: basin, catchment, stream, flood, pick of wave.